

University of Mississippi ILL

Billing: AAA LANTER

TN: 288982

Call #: TC1 .J6

Location:

Patron: Dhakal, Nirajan

Article

Journal Title: Journal of hydraulic research. Journal de recherches hydrauliques.

Volume: 2 Issue: 1

Month/Year: 1964 Pages: 3-24

Article Title: Yu, Y.S., and McNown, R.K.; 'Runoff from impervious surfaces

Article Author:

Maxcost: 35.00IFM

ARIEL

ILL Number: 39908418



ARIEL

LIBRARY MAIL

Fax:

Ariel: 131.204.172.38



FROM:

ILL - University of Mississippi Libraries  
Library Loop  
University, MS 38677

FIRST CLASS

AAA - A3

Auburn University/ILL

LANTER

231 Mell St

Auburn University AL 36849-5606

# RUNOFF FROM IMPERVIOUS SURFACES

## LE RUISSELLEMENT SUR LES SURFACES IMPERMEABLES

by Y. S. Yu

Associate Professor of Fluid Mechanics, Dept. of Mechanics and Aerospace Engineering,  
School of Engineering and Architecture, The University of Kansas, Lawrence, Kansas (U.S.A.)

and

John S. McNOWN

Dean, School of Engineering and Architecture,  
The University of Kansas, Lawrence, Kansas (U.S.A.)

### Resume

Runoff of rain falling on an impervious surface can be predicted by means of numerical computations. For the usually small slopes and depths which occur on highways or airstrips, the non-uniform flow is quasi-steady. Experiments conducted in the Los Angeles District are adequate for the estimation of resistance coefficients for flows which can be laminar or turbulent and rapid or tranquil, with all four conditions occurring simultaneously in some instances. Neither the analysis or the experiments include cases in which surface disturbances such as roll waves may occur.

The calculation proceeds by steps in the direction of flow, beginning at the upstream end of the reach and with the incidence of rain; repeated computations provide predictions of depths and velocities at subsequent times. Because most of the rain falling is stored on the surface initially, the flow approaches equilibrium quite rapidly. In fact, an acceptable estimate of the time to achieve a flow condition approximating equilibrium is obtained simply by dividing the equilibrium depth by the rate of rainfall. If the rate of rainfall changes, the same set of equations provides information on the transition or recession curve. Other, more complex conditions can be taken into account in a set of computations if the requisite information is available.

The computations provide results which correspond satisfactorily with hydrographs observed in the Los Angeles field tests for several

### Résumé

Le ruissellement des eaux de pluie tombant sur une surface imperméable peut être prédit au moyen de calculs numériques. Pour les pentes et les hauteurs d'eau normalement faibles que l'on retrouve sur les grandes routes ou les pistes d'envol des terrains d'aviation, l'écoulement non-uniforme est quasi permanent. Des expériences effectuées dans la zone du „Los Angeles District” ont fourni des résultats permettant une estimation valable des coefficients de résistance correspondant à des écoulements pouvant être laminaires ou turbulents, ou bien torrentiels ou tranquilles, ou même, dans certains cas, combinant ces quatre régimes simultanément. Il n'a été tenu compte, dans l'analyse et dans les expériences effectuées, d'aucun cas présentant des perturbations superficielles, telles que des „roll waves” \* par exemple.

Le calcul est effectué par étapes successives dans le sens de l'écoulement, en commençant à l'extrémité amont du bief considéré, et en tenant compte de l'incidence de la pluie. Des calculs repris plusieurs fois de suite permettent d'évaluer les hauteurs d'eau et les vitesses correspondant à des instants ultérieurs. Puisque, au début, les eaux de pluie qui tombent sont pour la plus grande partie emmagasinées sur la surface, l'écoulement s'approche rapidement d'un état d'équilibre. Il est possible, en effet, d'arriver

\* Les „roll waves” sont des vagues dues à l'instabilité de l'écoulement sur de fortes pentes.

complete runs, and for parts of other runs. The anomalous *increase* in discharge which often followed the *cessation* of rain in these tests is a consequence of turbulent flow becoming laminar when the battering of the rain ceases. The increase does *not* occur because the flow is no longer retarded by the rain, as originally hypothesized.

More precise determinations of resistance coefficients and fully detailed comparisons of experimental and theoretical results are not possible because the accuracy of the requisite measurements is well beyond ordinary methods, however carefully performed. The lack of precision is not important in practice because the occurrence of rain in nature is so variable. Acceptable predictions can be made from the data provided by the Los Angeles tests and with the method of computation proposed. The refinement obtained in these tests is also sufficient for the explanation of the primary characteristics of the flows.

à une bonne estimation du temps nécessaire pour que l'écoulement atteigne à peu près un régime d'équilibre, simplement en divisant la hauteur d'eau d'équilibre par le débit de précipitation. Si ce dernier varie, le même ensemble d'équations fournit également des données sur la courbe de transition ou de régression. A condition de disposer des données correspondantes, il est également possible de tenir compte, dans un ensemble de calculs, d'autres conditions plus complexes.

Les résultats de ces calculs s'accordent bien avec les hydrogrammes obtenus au cours de plusieurs ensembles, ou parties, de séries de mesures compris dans les études effectuées sur le terrain dans la région de Los Angeles. L'accroissement normal du débit de ruissellement souvent constaté pendant ces essais *dès l'arrêt* de la pluie ressort de la transformation de l'écoulement turbulent en un écoulement laminaire lorsque le „martèlement” des gouttes de pluie cesse. Cette croissance du débit de ruissellement *ne provient pas* du fait que la chute de pluie ne ralentit plus l'écoulement, ainsi qu'il avait été pensé au début.

Il n'est guère possible de faire des déterminations plus précises des coefficients de résistance, ni de confronter de manière parfaitement détaillée les résultats expérimentaux et théoriques, parce qu'il faudrait, pour cela, des mesures d'une précision dépassant de loin celle obtenable par les procédés classiques, même appliqués avec un soin exceptionnel. Cependant, étant donné la grande variabilité de la pluviosité naturelle, ce manque de précision est sans importance pour les cas pratiques. Les données des essais effectués à Los Angeles, et la présente méthode de calcul proposée permettent de faire des prévisions tout à fait valables. Par ailleurs, les résultats des essais sont suffisamment détaillés pour expliciter les caractéristiques essentielles des écoulements.

### **Experimental program of the Los Angeles District**

During the period from 1948 to 1954, the Los Angeles District of the Corps of Engineers conducted an extensive experimental study of air field drainage at Santa Monica, California. The purpose of the investigation was to determine

### **Programme expérimental du „Los Angeles District” du „Corps of Engineers”**

Au cours des années 1948 à 1954, le „Los Angeles District” a effectué une importante étude expérimentale du drainage du terrain d'aviation de Santa Monica en Californie. Cette étude avait pour objet la détermination, au

by means of controlled experiments certain aspects of the relationship between rainfall and runoff from both paved surfaces and from surfaces which simulate turf. Simulated rainfall caused runoff from any of three separate concrete channels, each 500 ft long and 3 ft wide, and with slopes of 0.5%, 1.0%, and 2%, respectively. Various combinations of rainfall intensity, slope, length of channel, and surface roughness led to a variety of flow patterns. Steady, uniform flows without rainfall provided information as to the resistance characteristics of various types of surface roughness such as concrete pavement, natural grass, and simulated turf. The rainfall intensity ranged from  $\frac{1}{4}$  to 10 in. per hr. The experimental data include 601 runoff hydrographs and 153 depth hydrographs [1] which a firm of consulting engineers reviewed in 1955 [2]. The review was not conclusive, and contained a recommendation for further analysis. KEULEGAN [3] discussed the equations governing spatially variable flow, and IZZARD [4] applied these equations to the computation of the surface profiles at equilibrium state and compared them with measurements. WOO and BRATER [5] studied various aspects of the equilibrium state.

Numerous investigators have studied the laws of resistance to flow in small open channels. Among the more recent are OWENS [6], IWAGAKI [7], WOO and BRATER [8], and STRAUB et al. [9]. Experimental evidence indicates that, even in laminar flow, the resistance depends on the surface roughness, as well as on the channel slope, the channel cross section, and the rainfall intensity. WOO and BRATER found that for a masonite surface with the rough side up that the resistance coefficient is given by  $f = 30.8/R$ , an equation which yields larger values than does the generally accepted equation for smooth surfaces. For a sand-coated surface, they found the constant  $C$  to vary significantly with the slope. They also observed some effect of rainfall on resistance for three rainfall intensities and over a limited range of Reynolds number. The variation of  $C$  with roughness is inconsistent with the generally accepted premise that the laws of laminar flow apply equally to rough and smooth surfaces. However, the relative roughness of flow in thin sheets over a rough surface can be so high as to result in inconsistencies if usual definitions

moyen d'expériences contrôlées, de certains aspects de la relation entre les précipitations et le ruissellement sur des surfaces revêtues de pavés, et sur des surfaces simulant le gazon. L'installation comprenait trois canaux en béton séparés, dont chacun présentait une longueur de 500 pieds et une largeur de 3 pieds, et dont les pentes étaient, respectivement, de 0,5%, 1,0%, et 2,0%; un dispositif spécial permettait de simuler des chutes de pluie, et ainsi de provoquer le ruissellement dans ces canaux. La reproduction de diverses combinaisons de l'intensité des précipitations, de la pente et de la longueur du chenal, et de la rugosité superficielle de celui-ci, a conduit à plusieurs schémas d'écoulement différents. Les caractéristiques de résistance à l'écoulement de surfaces présentant des rugosités différentes (pavage en béton, herbe naturelle, gazon simulé) ont été déterminées au moyen d'essais effectués sans pluie simulée, et en régime d'écoulement permanent et uniforme. Les intensités des précipitations simulées dans les essais proprement dits se sont échelonnées entre  $\frac{1}{4}$  pouce à 10 pouces par heure. Les données expérimentales comprennent 601 hydrogrammes de ruissellement, et 153 hydrogrammes des hauteurs d'eau [1], qui ont été commentés par cabinet d'Ingénieurs-Conseils en 1955 [2]. Ces commentaires n'ont toutefois abouti à aucune conclusion définitive, mais ont souligné la nécessité de poursuivre l'analyse des données en question. KEULEGAN [3] a examiné les équations régissant les écoulements variables dans l'espace, et IZZARD [4] a employé ces mêmes équations pour calculer les profils du plan d'eau en régime d'équilibre, qu'il a également confronté avec des résultats de mesures. Divers aspects du régime d'équilibre ont été étudiés par WOO et BRATER [5].

De nombreux chercheurs ont étudié les lois régissant la résistance à l'écoulement dans les canaux ouverts de faibles dimensions, parmi lesquels plus récemment OWENS [6], IWAGAKI [7], WOO et BRATER [8], et STRAUB (et alia) [9]. D'après les données expérimentales constatées, il semblerait que, même dans un écoulement laminaire, la résistance serait fonction à la fois de la rugosité superficielle, de la pente et de la section du canal, et de l'intensité de la précipitation. WOO et BRATER ont trouvé que le coefficient de résistance pour une surface en masonite présentant son côté rugueux vers le haut est

of these quantities are used. In the work cited [8], the roughness was a significant fraction of the depth in some cases; the velocity distribution must surely have been affected.

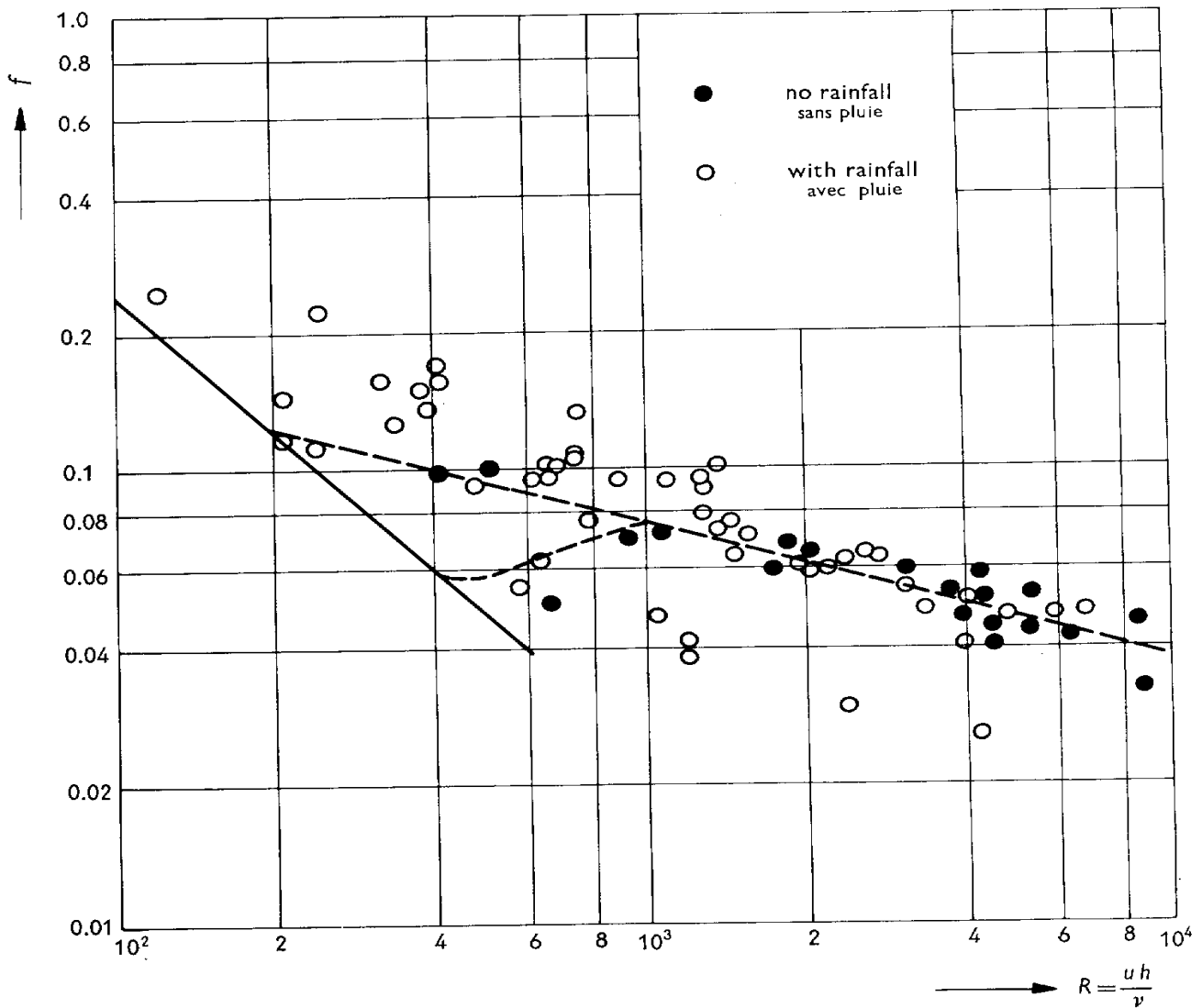
In the Los Angeles experiments, sprinklers supplied an artificial and uniform rainfall over an entire channel, and an ogee-shaped weir in a weir box, which was placed five feet downstream from the end of the channel, made possible the measurement of the runoff. A float in the stilling well of the weir box, connected to an electric recorder, registered the variation of the head on the weir. A volumetric tank served for the calibration of the weir. The effect of storage in the weir box is negligible as shown in the Los Angeles District report [1]. The report also contains details of the instruments and the procedures followed in measuring the depth both in gage wells and directly over the channel to an accuracy of a few ten-thousandths of a foot.

Depth and discharge measurements for steady, uniform flow without rainfall supplied data for the determination of values of the resistance coefficient  $f$ , which is equal to  $8gSh/u^2$ . Figure 1 contains the resulting resistance coefficients for the concrete surface plotted against the Reynolds number ( $R = uh/\nu$ ). Due to lack of experimental data in the transition region, the curve which connects the mean curve for turbulent flow and the laminar resistance curve ( $f = 24/R$ ) was drawn somewhat arbitrarily. Data obtained in the steady-state runs *with rainfall* are also plotted in Fig. 1. Although the data are rather scattered, the corresponding resistance coefficients in the transition region are clearly higher with rain than those for flow without rain. The few exceptionally low points in Fig. 1 were ignored because most of them occurred for one piezometer. The curves drawn in Fig. 1 constitute the resistance relationships used in computing runoff and depth hydrographs. Because of the foregoing somewhat arbitrary decision, the two curves differ only in the transition region,  $200 < R < 1000$ .

donné par la relation  $f = 30,8/R$ , qui fournit des valeurs plus élevées que l'équation généralement admise pour les surfaces lisses. Ces auteurs ont également trouvé que, dans le cas d'une surface enduite de sable, la constante  $C$  variait de manière significative en fonction de la pente, et ils ont pu constater une certaine influence de la précipitation sur la résistance pour trois intensités de précipitation différentes, et à l'intérieur d'une gamme limitée du nombre de Reynolds. La variation de la constante  $C$  en fonction de la rugosité ne cadre guère avec l'hypothèse généralement admise suivant laquelle les lois de l'écoulement laminaire seraient valables à la fois pour les surfaces rugueuses, et pour les surfaces lisses. Cependant, la rugosité relative correspondant aux écoulements en nappes minces sur une surface rugueuse peut atteindre des valeurs si élevées, que l'emploi des définitions classiques pour ces quantités conduirait à des contradictions. Dans l'étude citée [8] la rugosité représentait dans certains cas une fraction significative de la hauteur d'eau, ce qui a dû, sans aucun doute, influencer sur la répartition des vitesses.

Dans l'installation d'étude réalisée à Los Angeles, la répartition uniforme d'une pluie artificielle était assurée sur l'ensemble d'un canal par des têtes d'arrosage. La mesure du débit de ruissellement a été effectuée au moyen d'un seuil profilé à l'intérieur d'une cuve-déversoir située à une distance de 5 pieds en aval de l'extrémité du canal. Les variations de la hauteur d'eau sur le seuil ont été enregistrées par un flotteur disposé dans le puits de tranquillisation de la cuve et relié à un enregistreur électrique. L'étalonnage du seuil s'est fait à l'aide d'une cuve volumétrique. D'après le rapport du „Los Angeles District” [1], l'effet d'accumulation à l'intérieur de la cuve-déversoir serait négligeable. Ce rapport comprend également une description détaillée des appareils de mesure employés, et des procédés adoptés pour mesurer avec une précision de quelques dix-millièmes de pied les profondeurs d'eau, à la fois dans des puits de mesure et directement au-dessus du chenal.

Des mesures de hauteur d'eau et de débit en régime d'écoulement permanent et uniforme sans chute de pluie ont fourni des données pour la détermination des valeurs du coefficient de résistance  $f$ , qui est égal à  $8gSh/u^2$ . La figure 1



Resistance to sheet flow on a concrete surface with and without rainfall.

Fig. 1.

Résistance à l'écoulement en nappe sur une surface en béton, avec et sans pluie.

montre les coefficients de résistance obtenus pour la surface en béton, portés en fonction du nombre de Reynolds ( $R = uh/\nu$ ). Etant donné le manque de données pour l'intérieur de la zone correspondant au régime transitoire, la courbe reliant la courbe moyenne de l'écoulement turbulent à la courbe de résistance laminaire ( $f = 24/R$ ) n'a pu être tracée que d'une manière assez arbitraire. Les données fournies par les essais en régime permanent *avec pluie* sont également indiquées sur la figure 1. Bien que les données accusent une assez forte dispersion, les valeurs des coefficients de résistance

correspondants dans la région transitoire sont néanmoins nettement plus élevées lorsqu'il tombe de la pluie que pour un écoulement sans pluie. Les quelques points exceptionnellement bas de la figure 1 ont été négligés, puisqu'ils correspondent pour la plupart aux valeurs provenant d'un seul et même piézomètre. Les courbes de la figure 1 représentent les relations de résistance qui ont servi au calcul des hydrogrammes pour le ruissellement et pour les hauteurs d'eau. A cause de cette décision assez arbitraire, les deux courbes ne sont différentes qu'à l'intérieur de la zone transitoire, soit pour  $200 < R < 1000$ .

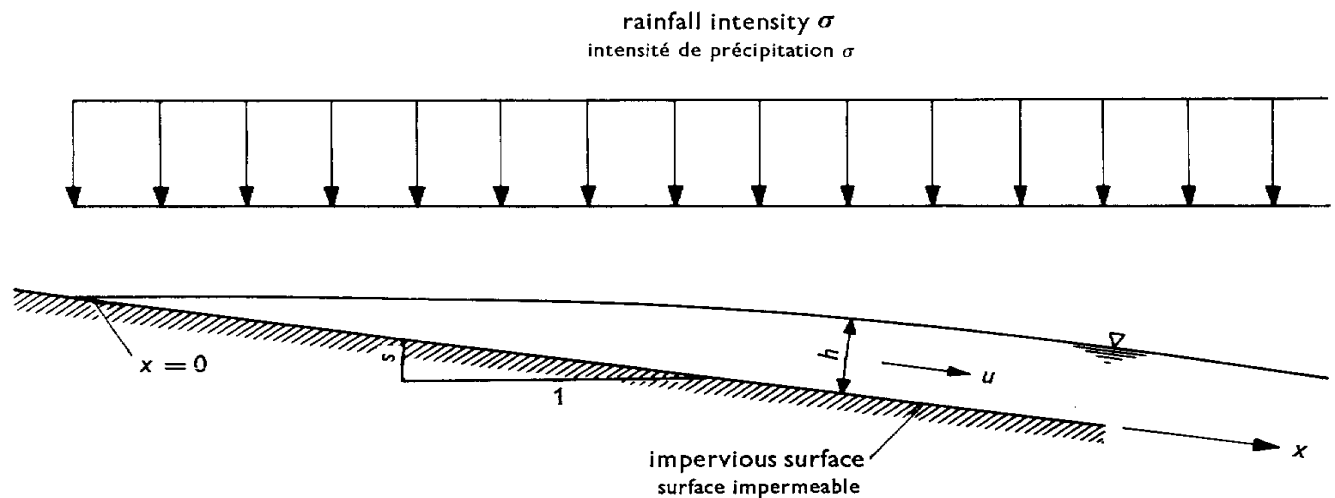
### Analysis

The one-dimensional equation of motion for the runoff of rain which falls on an impervious surface (with reference to Fig. 2) is as follows:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = g \left( S - \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\tau}{\rho h} - \frac{u\sigma}{h}, \quad (1)$$

### Analyse

L'équation uni-dimensionnelle du mouvement valable pour le ruissellement des eaux d'une pluie tombant sur une surface imperméable (voir la figure 2) est la suivante:



Definition sketch.

Fig. 2.

Croquis de définition.

in which  $\tau$  is the shearing stress at the boundary,  $\sigma$  is the rainfall intensity;  $\rho$  is the mass density of water,  $h$  is the depth of water and  $u$  is the average velocity at a section. The two terms on the left side of Eq. (1) are the local and the

dans laquelle  $\tau$  correspond à la contrainte de cisaillement à la limite,  $\sigma$  à l'intensité de la précipitation,  $\rho$  à la densité massique de l'eau,  $h$  à la hauteur d'eau, et  $u$  à la vitesse moyenne au droit d'une section donnée. Les deux termes

convective accelerations. The forces acting on a unit mass, on the right side, are those due to gravity, boundary shear, and the retarding effect on the rainfall. The slope of the boundary is usually small enough in any practical application to justify the usual approximations for small angles.

The equation of continuity,

$$\frac{\partial(uh)}{\partial x} = \sigma - \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (2)$$

relates the rate of change of discharge along the channel to the difference between the rate of rainfall and the rate of storage. In general,  $u$ ,  $h$ ,  $\tau$  and  $\sigma$  in Eqs. (1) and (2) depend on both time and distance. For a known rate of rainfall, three unknown quantities remain in the two equations. The additional information needed to complete the analysis is an empirical relationship between  $f$  and  $R$  such as Fig. 1.

The initial condition for the tests, a dry channel and no rainfall, described mathematically, are  $u = 0$ ,  $h = 0$  at  $t < 0$  for  $0 \leq x \leq L$ . The boundary conditions at the upstream end is  $u = 0$  for  $t \geq 0$ , but the depth  $h$  at this point can change with time. For simplicity in the computation, the value of  $h$  at  $x = 0$  is taken to be the same as that at  $x = \Delta x$ . Since both the upstream depth and the channel slope are small, the effects of the error implicit in this assumption and of ignoring the small pool of water which forms upstream from  $x = 0$  are negligible.

If the rain is uniformly distributed and falls at a constant rate, the motion soon becomes steady. The term  $\partial u / \partial t$  is then zero in Eq. (1), and  $\partial h / \partial t$  is zero in Eq. (2). If the rain stops,  $\sigma$  becomes zero in both equations.

For the useful range, represented by the range of the tests conducted by the Los Angeles District, the orders of magnitude of the terms in Eqs. (1) and (2) differ greatly. One finds that four terms – the two accelerated terms, the term describing changes in depth  $g(\partial h / \partial x)$  and the term accounting for the deficiency in momentum of the falling rain – are each less than  $1/100$  of

du premier membre de l'équation (1) correspondent aux accélérations locales et de convection. Les forces agissant sur une unité de masse (deuxième membre de l'équation) sont celles dues à la pesanteur, au cisaillement à la limite, et au ralentissement dû à la précipitation. La pente de la limite est normalement suffisamment faible dans les cas pratiques pour justifier le recours aux approximations habituellement adoptées pour les petits angles.

L'équation de continuité:

lie le taux de variation du débit le long du canal à la différence entre le taux de précipitation et le taux d'accumulation. En général, les grandeurs  $u$ ,  $h$ ,  $\tau$ , et  $\sigma$  des équations (1) et (2) sont fonctions, à la fois, du temps et de la distance. Pour un débit de pluie connu, il reste trois grandeurs inconnues dans les deux équations. Pour compléter l'analyse, il ne manque plus qu'une relation empirique entre  $f$  et  $R$ , telle que celle de la figure 1.

La condition initiale pour les essais (c'est-à-dire un canal sec, sans pluie) est exprimée, mathématiquement, par  $u = 0$ ,  $h = 0$  lorsque  $t < 0$ , pour  $0 \leq x \leq L$ . Les conditions à la limite amont sont données par  $u = 0$ , pour  $t \geq 0$ , mais la profondeur d'eau  $h$  en ce point peut varier dans le temps. Afin de simplifier le calcul, on admet que la valeur de  $h$  en  $x = 0$  est égale à celle en  $x = \Delta x$ . Puisque la profondeur d'eau amont et la pente du canal sont toutes les deux petites, on peut négliger l'influence de l'erreur implicitement contenue dans cette supposition, et celle du fait de ne pas avoir tenu compte de la formation de la petite flaque d'eau à l'amont de  $x = 0$ .

Le mouvement ne tarde pas à devenir permanent lorsque la pluie est uniformément répartie et tombe à une vitesse constante dans le temps. Dans ces conditions, les termes  $\partial u / \partial t$  de l'équation (1) et  $\partial h / \partial t$  de l'équation (2) sont tous les deux nuls. Lorsque la pluie s'arrête,  $\sigma$  devient nulle dans les deux équations.

Les ordres de grandeur des termes des équations (1) et (2) varient considérablement pour la gamme utile représentée par la série d'essais

the other gravitational term and the term for resistance. If these terms are omitted and if  $fu^2/8$  is substituted for  $\tau/\rho$ , Eq. (1) reduces to:

$$h = \frac{\tau}{\rho g S} = \frac{fu^2}{8gS}, \quad (3)$$

simply the resistance equation for steady, uniform flow. The flow is therefore quasi-steady and locally uniform. The orders of magnitude of all three terms in Eq. (2) can be the same, so all enter into the computation. From this examination, one concludes that Eqs. (2) and (3), together with the resistance curves and the initial and boundary conditions, constitute an adequate basis for numerical determinations of the depth and the velocity (or the discharge) as functions of time and distance.

The first step in the computation is the determination of  $h$  and  $u$  for equilibrium conditions from Eqs. (2) and (3). Since  $\sigma$  is known, the discharge per foot of width,  $uh$ , at any section comes from Eq. (2). The Reynolds number at the section is then known for an appropriate value of the kinematic viscosity  $\nu$ , and the resistance coefficient  $f$  is available from Fig. 1. The simultaneous solution of Eqs. (2) and (3) then supplies a pair of values for the depth and the velocity at the section. These values are the limits for the initial transient stage, and occur if the rain persists long enough for steady flow to occur.

The results for the transient flows are calculated by means of a step method based on a finite difference form of Eq. (2),

effectués par le „Los Angeles District”. On constate que quatre de ces termes (les deux termes accélérés, le terme descriptif des variations de la profondeur d'eau  $g(\partial h/\partial x)$ , et le terme tenant compte du déficit de quantité de mouvement de la pluie tombante) représentent chacun moins que le centième de l'autre terme de gravitation, et du terme tenant compte de la résistance. En omettant ces termes et en remplaçant  $\tau/\rho$  par  $fu^2/8$ , l'équation (1) se réduit à:

c'est-à-dire simplement à l'équation de résistance correspondant au régime d'écoulement permanent et uniforme. Par conséquent, l'écoulement est à la fois quasi-permanent et localement uniforme. Les ordres de grandeur des trois termes de l'équation (2) peuvent être les mêmes, de sorte qu'ils interviennent tous dans le calcul. Cet examen permet de conclure que les équations (2) et (3), prises ensemble avec les courbes de résistance, ainsi que les conditions initiales et à la limite, constituent une base adéquate pour des déterminations numériques de la profondeur et de la vitesse (ou bien du débit) en fonction du temps et de la distance.

Le premier pas dans le calcul consiste à déterminer, à partir des équations (2) et (3), les valeurs de  $h$  et de  $u$  correspondant à l'équilibre.  $\sigma$  étant connue, on obtient le débit par pied de largeur ( $uh$ ) en toute section, à partir de l'équation (2). On connaît alors le nombre de Reynolds correspondant à cette section pour une valeur appropriée de la viscosité cinématique  $\nu$ , et l'on obtient le coefficient de résistance  $f$  à partir de la figure 1. La résolution simultanée des équations (2) et (3) donne ensuite une paire de valeurs correspondant, respectivement, à la hauteur d'eau et à la vitesse au droit de la section considérée. Ces valeurs représentent les limites correspondant au stade transitoire initial; elles se produisent si la durée de la chute de pluie est suffisante pour donner lieu à un écoulement permanent.

Les résultats correspondant aux écoulements transitoires se calculent au moyen d'une méthode par étapes successives, basée sur une forme aux différences finies de l'équation (2),

$$uh = \left( \sigma - \frac{\Delta h}{\Delta t} \right) \Delta x + u_0 h_0, \quad (4)$$

in which  $\sigma$  is a constant, and  $\Delta x$  and  $\Delta t$  are arbitrarily selected intervals of distance and of time. The computation in the  $x-t$  plane begins at the origin,  $x = 0$ ,  $t = 0$ , and proceeds first in the  $x$ -direction. For a given  $\Delta t$ , a trial-and-error procedure is necessary only for the first pair of values of  $u$  and  $h$  which satisfy Eqs. (3) and (4) and the graphical relationship between  $f$  and  $R$ . For the first  $x$ -step from  $x = 0$  to  $x = \Delta x$ , the flow entering the section is zero. One assumes a value of  $\Delta h$ ; computes trial values of  $q$ ,  $u$  and the Reynolds number; sets  $h = \Delta h$  in the first time interval; obtains the resistance coefficient from Fig. 1 for the trial value of the Reynolds number; and computes another value of  $u$  from Eq. (3). If these two values of  $u$  are not acceptably close, he assumes a better value for  $\Delta h$  and repeats the process until sufficiently accurate results are obtained for the initial step.

The value of  $\Delta h$  determined for the first  $x$ -step is an acceptable approximation to the value of  $\Delta h$  to be used for the next  $x$ -step without subsequent trials. Because  $u_0 h_0$ , the flow entering the section from upstream, is also known from the previous  $x$ -step, the computation of  $u$  and  $h$  is also direct. The process is then repeated for subsequent  $x$ -steps until either (a) the value of  $\Delta h/\Delta t$  is equal to  $\sigma$ , or (b)  $x = L$ . The rate of rainfall,  $\sigma$  is a proper upper limit for the value of  $\Delta h/\Delta t$  even though small inaccuracies in the computational procedure can cause the rate of rise to exceed the rate of rainfall. The same step computation along  $x$  provides results for subsequent time steps, and is continued until the flow rate at  $x = L$  is essentially equal to the steady-state discharge (98% of  $\sigma L$  in these computations). The resulting grid of values for  $u$  and  $h$  as functions of  $x$  and  $t$  is a complete account of the rising branch of the depth and the runoff hydrographs. Also, at a given time the surface detention can be readily computed from the known depth profile.

Steady, non-uniform flow will persist until a change in the rate of rainfall brings about another transient stage. The step method explained in the preceding section is again applicable. If the rain stops, the recession branch of a hydro-

graph is also computed. The computation in the  $x-t$  plane begins at the origin,  $x = 0$ ,  $t = 0$ , and proceeds first in the  $x$ -direction. For a given  $\Delta t$ , a trial-and-error procedure is necessary only for the first pair of values of  $u$  and  $h$  which satisfy Eqs. (3) and (4) and the graphical relationship between  $f$  and  $R$ . For the first  $x$ -step from  $x = 0$  to  $x = \Delta x$ , the flow entering the section is zero. One assumes a value of  $\Delta h$ ; computes trial values of  $q$ ,  $u$  and the Reynolds number; sets  $h = \Delta h$  in the first time interval; obtains the resistance coefficient from Fig. 1 for the trial value of the Reynolds number; and computes another value of  $u$  from Eq. (3). If these two values of  $u$  are not acceptably close, he assumes a better value for  $\Delta h$  and repeats the process until sufficiently accurate results are obtained for the initial step.

dans laquelle  $\sigma$  est une constante, et  $\Delta x$  et  $\Delta t$  représentent des intervalles de distance et de temps arbitrairement choisis. Le calcul à l'intérieur du plan  $x-t$  commence à l'origine ( $x = 0$ ,  $t = 0$ ) et se poursuit d'abord suivant la direction  $x$ . Pour une valeur donnée de  $\Delta t$ , il n'est nécessaire de procéder par tâtonnements que pour choisir la première paire de valeurs de  $u$  et de  $h$  satisfaisant, à la fois, les équations (3) et (4), et la relation graphique liant  $f$  à  $R$ . Le débit entrant dans la section considérée est nul pour le premier pas de calcul suivant  $x$  (soit de  $x = 0$  à  $x = \Delta x$ ). On admet d'abord une valeur pour  $\Delta h$ , ensuite on calcule des valeurs d'essai pour  $q$ ,  $u$ , et le nombre de Reynolds, on introduit  $h = \Delta h$  dans le premier intervalle de temps, on détermine à partir de la figure 1 le coefficient de résistance correspondant à la valeur d'essai prise pour le nombre de Reynolds, et enfin, on calcule à partir de l'équation (3) une deuxième valeur pour  $u$ . Si l'on trouve que ces deux valeurs de  $u$  ne sont pas suffisamment rapprochées, on choisit une meilleure valeur pour  $\Delta h$ , et on refait le calcul jusqu'à obtenir des résultats suffisamment précis pour ce premier pas.

La valeur de  $\Delta h$  ainsi déterminée pour le premier pas en  $x$  représente une approximation suffisante de la valeur  $\Delta h$  devant intervenir dans le prochain pas en  $x$ , sans qu'il soit encore nécessaire de tâtonner par la suite. L'écoulement amont arrivant dans la section ( $u_0 h_0$ ) étant donné par l'étape en  $x$  précédente, le calcul des valeurs de  $u$  et de  $h$  est également direct. On reprend alors ce même procédé pour des étapes en  $x$  successives, jusqu'à ce que la valeur de  $\Delta h/\Delta t$  soit égale à  $\sigma$ , ou bien que  $x = L$ . Le taux de précipitation  $\sigma$  représente une limite supérieure valable pour la valeur de  $\Delta h/\Delta t$ , même si la vitesse de montée dépasse le taux de précipitation à cause de petites imprécisions intervenues dans le processus de calcul. Le même calcul par étapes suivant la direction  $x$  fournit des résultats pour des étapes ultérieures dans le temps, et se poursuit jusqu'à ce que le débit en  $x = L$  soit sensiblement égal au débit en régime permanent (98% de la valeur de  $\sigma L$  dans ces calculs). Le réseau maillé des valeurs de  $u$  et de  $h$  en fonction de  $x$  et de  $t$  ainsi obtenu

graph is just another case with  $\sigma = 0$ , but the values of  $f$  are obtained from the curve without rainfall in Fig. 1, instead of from that with rainfall.

### Comparisons of analysis and experiment

Computations of the depth and the runoff hydrographs for four cases with different combinations of slope, roughness and rainfall were made in the original report [10]. The following two cases are presented which suffice to form the basis for a comparison between theoretical and experimental results.

Case I – concrete surface, slope = 0.02,  
 $L = 500$  ft, and rainfall intensity = 7.44 in/hr.

Case II – concrete surface, slope = 0.005,  
 $L = 252$  ft. Initial rainfall intensity = 1.7 in/hr increases to 3.77 in/hr at  $t = 6$  min, decreases to 1.75 in/hr at  $t = 18$  min, and ceases at  $t = 32$  min.

Figure 3 contains the computed and the measured hydrographs for Case I, and Fig. 4 for Case II. The runoff hydrographs were measured at the end of the channel only, and the depth hydrographs were obtained at the station indicated in the figure.

These sets of curves follow a consistent pattern. Both depth and runoff increase monotonically with time after the rainfall starts, and closely approximate steady flow after a period of time. The computed curves reach steady state quite rapidly even though their approach is asymptotic; the method used for the step computation exaggerates somewhat the rapidity of

constitue une définition complète des branches ascendantes des hydrogrammes représentant les hauteurs d'eau et le ruissellement. Par ailleurs, la rétention superficielle à un instant donné se calcule aisément à partir du profil des hauteurs d'eau connu.

Le régime d'écoulement restera permanent et non-uniforme jusqu'au moment où une variation du taux de précipitation provoque un nouveau stade transitoire. On emploiera alors à nouveau le procédé de calcul à étapes successives décrit précédemment. Si la pluie cesse, la branche de régression d'un hydrogramme représente simplement un cas de plus correspondant à  $\sigma = 0$ , mais les valeurs de  $f$  sont obtenues à partir de la courbe sans pluie de la figure 1, et non plus de celle tenant compte de la pluie.

### Confrontation de l'analyse et de l'expérience

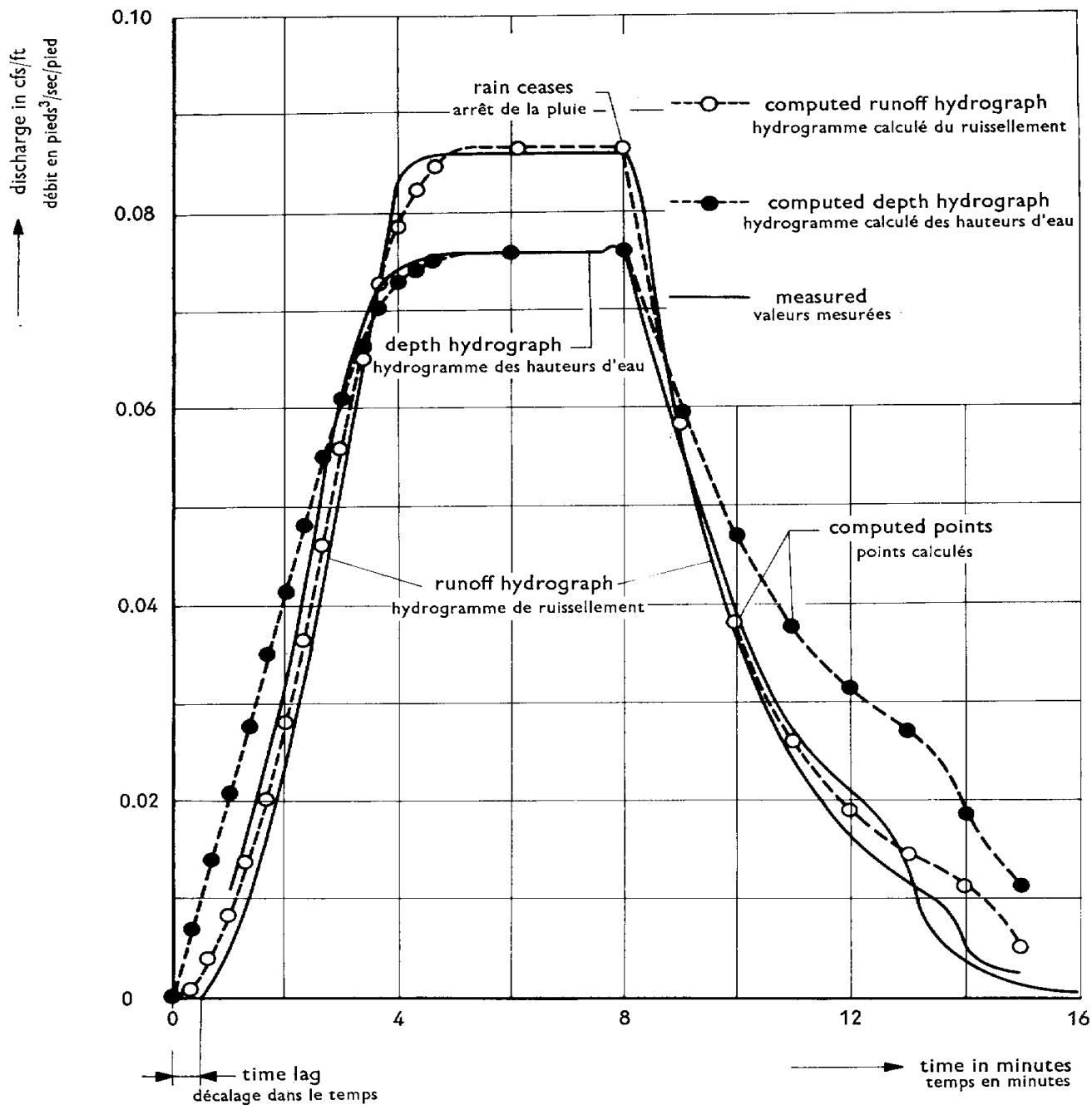
Dans leur rapport original [10] les auteurs avaient calculé les hydrogrammes des hauteurs d'eau et du ruissellement correspondant à quatre cas présentant des combinaisons différentes de la pente, de la rugosité, et de la précipitation. Les deux cas présentés ci-après constituent une base suffisante pour une comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux.

Cas I – Surface en béton, pente = 0,02,  
 $L = 500$  pieds, intensité de pluie = 7,44 pouces/h.

Cas II – Surface en béton, pente = 0,005,  
 $L = 252$  pieds, intensité de pluie initiale = 1,7 pouce/h, augmentant jusqu'à 3,77 pouces/h au temps  $t = 6$  mn, décroissant ensuite à 1,75 pouce/h au temps  $t = 18$  mn, et s'arrêtant enfin au temps  $t = 32$  mn.

La figure 3 montre les hydrogrammes calculés et mesurés correspondant au cas I, et la figure 4 ceux correspondant au cas II. Les hydrogrammes pour le ruissellement ont été obtenus à la station indiquée sur la figure.

Ces ensembles de courbes présentent un aspect consistant: une fois que la pluie a commencé, la hauteur d'eau et le ruissellement augmentent suivant une loi monotone en fonction du temps, et un régime d'écoulement quasi-permanent se présente au bout d'un certain temps. Les courbes calculées atteignent le régime permanent



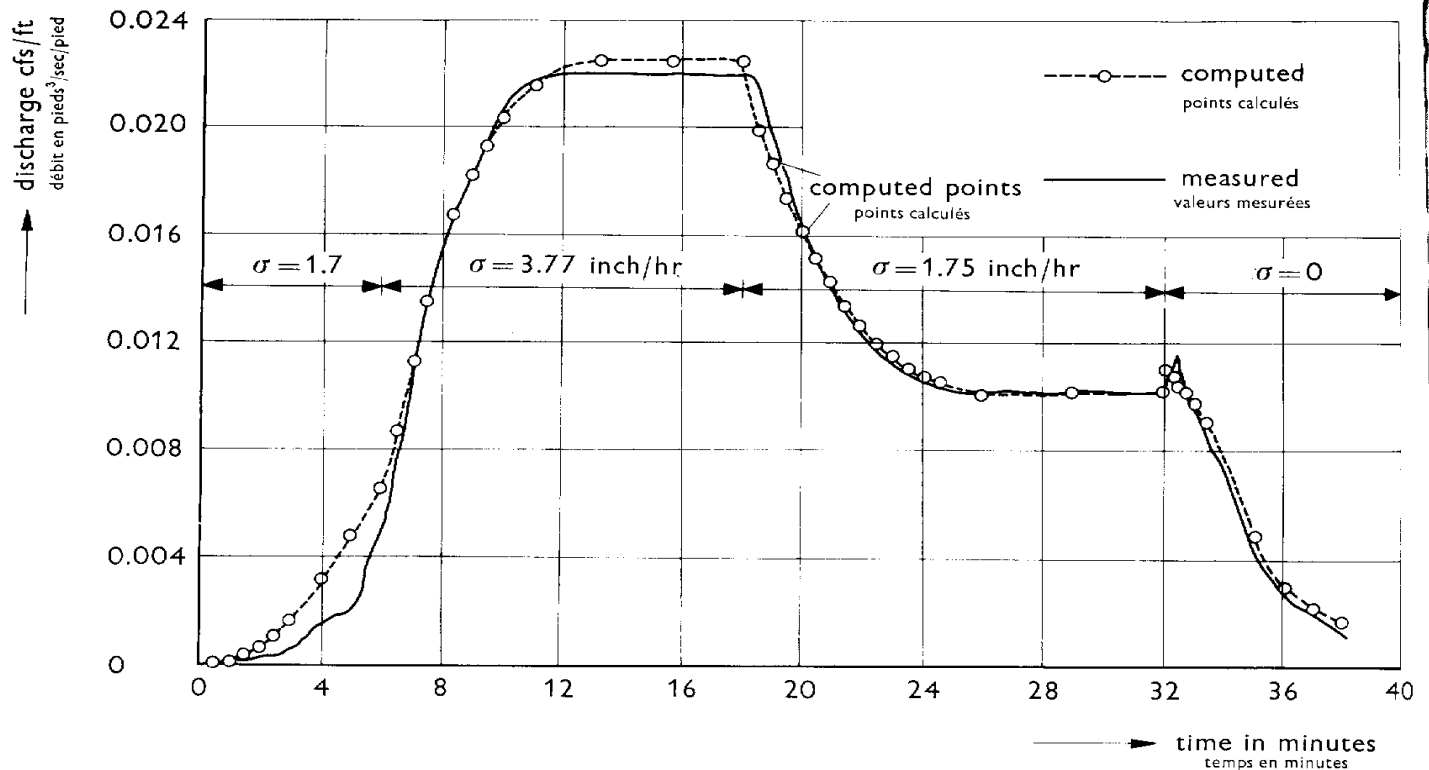
Runoff and depth hydrographs, case I,  $S = 2\%$ ,  $\sigma = 7.44$  in/hr,  $L = 500$  ft, depth measured at  $x = 467$  ft.

Fig. 3.

Hydrogrammes du ruissellement et des hauteurs d'eau, cas I,  $S = 2\%$ ,  $\sigma = 7,44$  pouces/h,  $L = 500$  pieds, profondeurs mesurée en  $x = 467$  pieds.

this approach toward the limiting condition. After the rain stops, both the depth and the runoff decrease monotonically in Case I, as one would expect. However, in Case II and in many other cases the measured runoff (Fig. 4) rises rather quickly to a peak rate appreciably greater

assez rapidement, bien qu'elles s'en soient approchées asymptotiquement; la méthode employée pour le calcul par étapes successives exagère quelque peu la rapidité de cette approche vers la condition limite. Après l'arrêt de la pluie, la hauteur d'eau et le ruissellement



Runoff hydrographs, case II,  $S = 0.5\%$ ,  
 $L = 252$  ft.

Fig. 4. Hydrogrammes de ruissellement, cas II,  
 $S = 0,5\%$ ,  $L = 252$  pieds.

than the equilibrium rate before beginning the regular decrease. The computation of this kind of peak, for another, more striking case is presented in the following section, and shows clearly the cause and predictability of this anomaly.

The results of the Los Angeles experiments for a two-step function for the rainfall intensity yield the type of superpositions of runoff shown in Fig. 4 which one would expect. Again the overall correspondence is good. The discrepancy in the first few minutes of the rising branch is probably due to inaccuracies of discharge measurements in this interval.

The time to wet a dry surface and the time for the water front to travel the five feet through the collecting channel and then through the weir tank undoubtedly caused a delay of some seconds between the commencement of rain and the first recorded runoff, as shown in Fig. 3. As a consequence, the rising branch of the measured hydrograph lags behind the corresponding computed curve. A similar but probably smaller lag also exists in the runoff hydrograph after the rain stops. During steady flow, the discharge

accusent, de la manière attendue, une décroissance monotone dans le cas I. Par contre, dans le cas II (et dans bien des autres), le ruissellement mesuré (fig. 4) augmente assez rapidement, et atteint une valeur qui dépasse appréciablement la valeur d'équilibre, avant d'amorcer sa décroissance régulière. On verra par la suite comment se calcule une „pointe” de ce genre, dans un cas encore plus frappant, et qui met nettement en évidence la cause de cette anomalie, et la possibilité de la prévoir.

Les résultats des expériences effectuées à Los Angeles afin de rechercher une fonction à deux étapes pour l'intensité de la pluie, fournissent des superpositions du ruissellement du genre de ceux indiqués dans la figure 4, dont l'allure est d'ailleurs celle à laquelle on se serait attendu. La correspondance de l'ensemble de ces résultats est de nouveau satisfaisante. L'écart constaté pendant les quelques premières minutes suivant la branche ascendante est dû, sans doute, à des imprécisions intervenues dans les mesures de débit effectuées pendant cet intervalle de temps.

at any section  $x$  is simply  $\sigma x$ . Therefore, the measured and the computed runoff should be the same. They are almost equal but not quite. In Fig. 3, the measured steady runoff is about 0.5% less than the computed value. The discrepancy in steady state discharge occurs between the specified rainfall and the observed steady runoff, rather than between prediction and observation.

In the early stages of the establishment of flow, most of the rain goes into storage on the surface so that the initial rate of increase of depth is approximately equal to the rate of rainfall  $\sigma$ . The rate of change of depth subsequently decreases, of course, as runoff begins, and becomes zero when steady flow is established. The slope  $\Delta h/\Delta t$  of the rising branch of the depth hydrograph should never exceed the rate of rainfall, and initially the slopes of the depth hydrographs taken at different stations along the channel should be nearly the same. In fact,  $\Delta h/\Delta t$  does exceed  $\sigma$  significantly in some intervals, a condition which is inconsistent with the conditions of flow as already stated.

In spite of evidence of imperfections in the experiments, the computed runoff hydrographs based on the simplified analysis correspond surprisingly well with the measured curves. The computed depth hydrographs correspond somewhat less well. For Case I, the recession branch of the computed depth hydrograph is higher than the measured curve, and the discrepancy increases with time, an inconsistency for which the cause is not known.

A point of qualitative correspondence in the recession branches of the computed and measured hydrographs in Fig. 3 is the point of inflection and bump which occur sometime after cessation of rain. The corresponding Reynolds numbers indicate that the change is related to the transition from turbulent to laminar flow.

Le temps nécessaire pour humecter une surface sèche, et pour que le front d'eau parcourre la longueur de 5 pieds du canal collecteur, et ensuite passe par le bac déversoir, a sans aucun doute provoqué un retard de quelques secondes entre le commencement de la chute de pluie et la première mesure du ruissellement, ainsi que le montre la figure 3. Par conséquent, la branche ascendante de l'hydrogramme des résultats mesurés accuse un certain „dephasage” en retard par rapport à la courbe calculée correspondante. L'hydrogramme du ruissellement accuse un retard similaire (mais probablement moindre) après l'arrêt de la pluie. En régime d'écoulement permanent, le débit en toute section  $x$  est simplement  $\sigma x$ , et, par conséquent, les valeurs du ruissellement mesurées et calculées devraient être égales. Elles le sont d'ailleurs presque, mais pas tout à fait. En effet, ainsi que le montre la figure 3, le débit de ruissellement permanent mesuré est inférieur d'environ 0,5% à la valeur calculée correspondante. L'écart en débit permanent se manifeste dans la comparaison entre la précipitation spécifiée et le ruissellement permanent mesuré, plutôt qu'entre les valeurs prédites et mesurées.

Pendant les étapes initiales de l'établissement de l'écoulement, les eaux de pluie s'accumulent pour la plus grande partie sur la surface, de sorte que le taux initial d'augmentation de la hauteur d'eau est à peu près égal au taux de précipitation  $\sigma$ . Le taux de variation de la hauteur d'eau diminue bien entendu par la suite, dès que le ruissellement commence, et devient nul à l'établissement du régime permanent. La pente  $\Delta h/\Delta t$  de la branche ascendante de l'hydrogramme des hauteurs d'eau ne devrait en principe jamais dépasser celle correspondant au taux de précipitation, et les pentes des hydrogrammes de hauteur d'eau relevées au début en différentes stations le long du canal devraient toutes être à peu près les mêmes. Mais en réalité,  $\Delta h/\Delta t$  dépasse  $\sigma$  de manière significative dans certains intervalles, représentant une condition qui se trouve en contradiction avec les conditions d'écoulement, comme indiqué dans ce qui précède.

Cependant, malgré les imperfections expérimentales constatées, les hydrogrammes de ruissellement calculés basés sur l'analyse simplifiée s'accordent remarquablement bien avec les courbes mesurées. Cette correspondance est un

### The anomalous pip on the runoff hydrograph

On many of the runoff hydrographs, as mentioned in the preceding section, the discharge increases immediately after the rain stops in a manner shown in Fig. 5. The disturbance caused by the raindrops, not the momentum effect described by Eq. (1), is the reason for this intriguing effect. Although the rain does enter the stream with no net momentum in the direction of flow, and thus retard the flow, the magnitude of the retardation is so small that its cessation could not cause this rather dramatic occurrence. The pips occur primarily for flows in which the Reynolds number can be either laminar or turbulent. Evidently, the falling rain causes flows which would otherwise be laminar to become turbulent. The good correspondence of observation and prediction in Fig. 5 supports this hypothesis.

The heights of those pips which occurred among the 150 runoff hydrographs, obtained in the concrete channels with uniform rainfall, is rather loosely dependent upon the Reynolds number at the end of the channel ( $\sigma L/\nu$ ) as shown in Fig. 6. The Reynolds number in the plot varies from about 100 to 7600, and the maximum relative height of the pip observed is over 20% of the equilibrium discharge, a surprisingly large change. No pips occurred for Reynolds numbers larger than 2200 nor less than 150. In contrast, pips always occurred for Reynolds numbers between 350 and 1150. Clear-

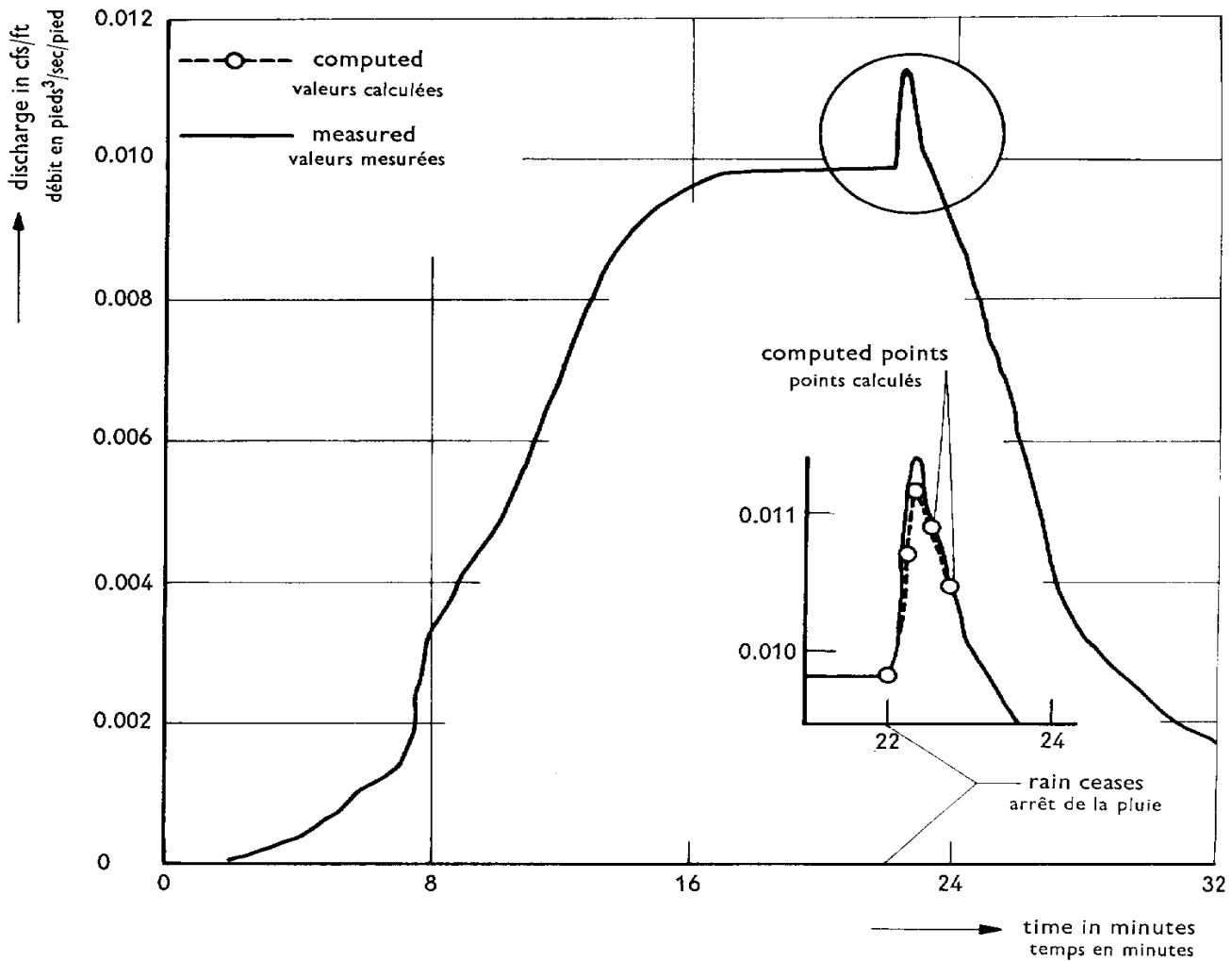
peu moins satisfaisante dans le cas des hydrogrammes des hauteurs d'eau calculées. La branche de régression de l'hydrogramme calculé des hauteurs d'eau correspondant au cas I se situe au-dessus de la courbe mesurée; cet écart augmente dans le temps, ce qui est une tendance contradictoire, et pour le moment inexplicable.

Le point d'inflexion et la „bosse" accusés à un certain moment après l'arrêt de la pluie par les branches de régression des hydrogrammes calculés et mesurés de la figure 3 représentent une base de correspondance qualitative entre ces courbes. Les nombres de Reynolds correspondants indiquent que cette variation serait liée à la transition de l'écoulement turbulent à l'écoulement laminaire.

### La pointe anormale de l'hydrogramme de ruissellement

Comme il a été indiqué dans ce qui précède, on constate sur de nombreux hydrogrammes de ruissellement une augmentation du débit dès l'arrêt de la pluie, tel que le montre la figure 5. Ce phénomène intéressant s'explique non par l'effet de quantité de mouvement décrit par l'équation (1), mais par l'action des gouttes de pluie. Bien que la quantité de mouvement nette de la pluie pénétrant dans le courant soit nulle dans le sens de l'écoulement, et donc „freine" ce dernier, ce ralentissement est si faible que sa cessation ne saurait expliquer la pointe très nette accusée par la courbe. De telles pointes se produisent surtout pour des écoulements avec un nombre de Reynolds pouvant être soit laminaire, soit turbulent. Il est évident que c'est à cause de la pluie qui tombe que des écoulements, qui seraient normalement laminaires, deviennent turbulents. Cette hypothèse trouve une certaine justification dans la bonne correspondance constatée dans la figure 5 entre les valeurs mesurées et prédites.

Les hauteurs des pointes constatées sur les 150 hydrogrammes de ruissellement obtenus pour les canaux en béton soumis à une précipitation uniforme, sont assez approximativement fonction du nombre de Reynolds à l'extrémité du canal ( $\sigma L/\nu$ ), comme le montre la figure 6. Les nombres de Reynolds dans cette figure s'échelonnent entre des valeurs d'environ 100 et 7600, et la hauteur relative maximale con-



An example of a pip on runoff hydrograph,  $S = 0.5\%$ ,  $\sigma = 0.851$  in/hr.

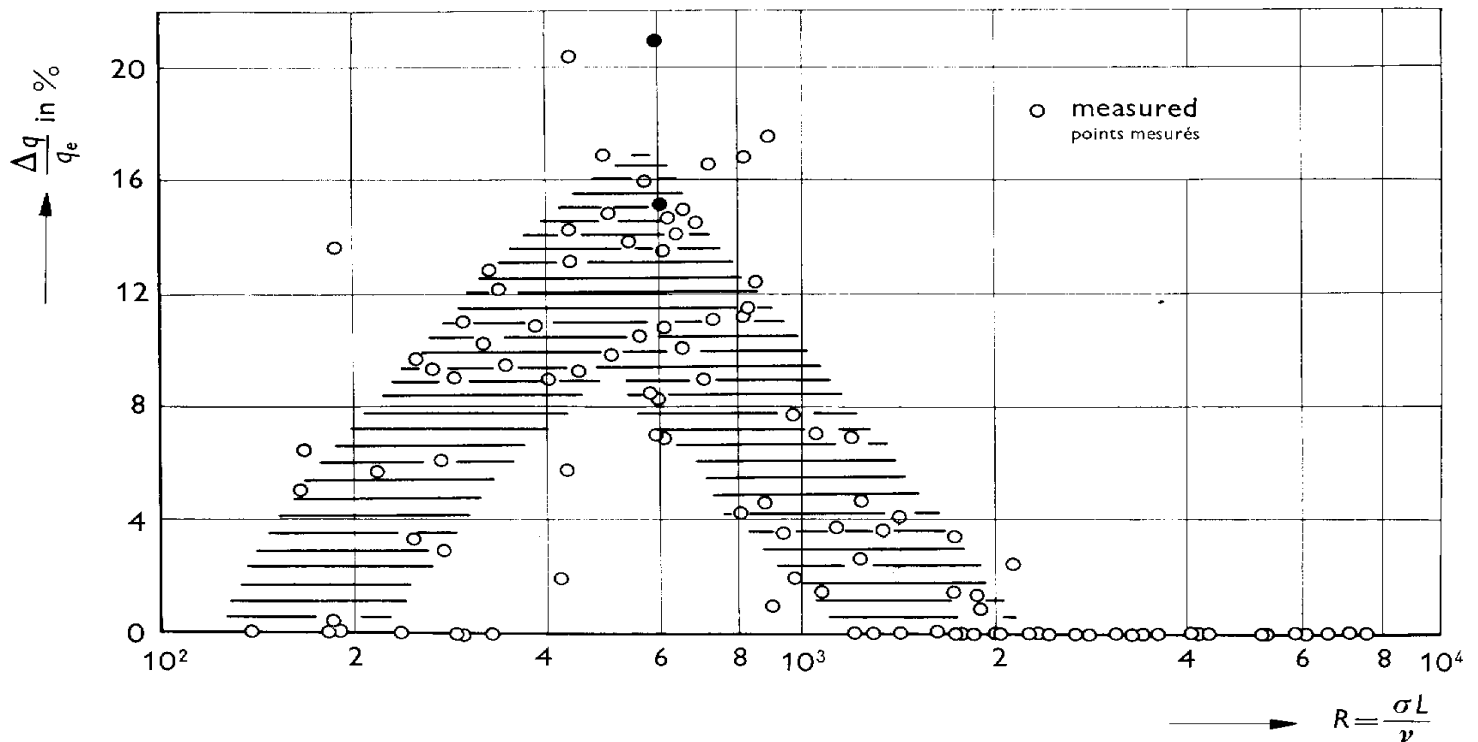
Fig. 5.

Exemple d'une „pointe” de débit sur un hydrogramme de ruissellement,  $S = 0,5\%$ ,  $\sigma = 0,851$  pouce/h.

ly, the pip is related to a transition from turbulent to laminar flow near the downstream end of the channel. No simple relationship exists because the Reynolds number varies along the channel and the degree of disturbance depends also on the rate of rainfall and the depth.

The data in Fig. 1 indicate a significant effect of rain on the resistance coefficient in the transition region despite their considerable scatter. Thus when the rain ceases and the turbulent flow becomes laminar, the corresponding resistance reduces considerably. The rate of flow is higher than the equilibrium rate for a brief period because the velocity increases more than the depth decreases; the extra flow must come, of course, from storage. If a zone of turbulent

statée pour ces points atteint plus de 20% de la valeur du débit d'équilibre, ce qui représente une variation étonnamment importante. Aucune pointe de ce genre n'a été observée pour les nombres de Reynolds dépassant 2200, ou inférieurs à 150. Par contre, de telles pointes se sont toujours produites pour des nombres de Reynolds compris entre 350 et 1150. Ces pointes sont manifestement liées à un passage de l'écoulement turbulent à un écoulement laminaire, au voisinage de l'extrémité aval du canal. Mais il n'existe aucune relation simple, puisque, d'une part, le nombre de Reynolds varie le long du canal, et d'autre part, l'importance de la perturbation dépend, à la fois, du taux de précipitation, et de la hauteur d'eau.



Relative height of pip as a function of Reynolds number.

Fig. 6.

Hauteur relative de la „pointe” de débit, en fonction du nombre de Reynolds.

flow close to the discharge measuring station becomes laminar, a pip shows on the discharge hydrograph. If the transition is farther upstream, the normal draw-down effect will cause a decrease in discharge which the local increase cannot offset. The pip may occur at some point upstream without affecting materially the flow at the downstream end of the channel. The resistance in the fully turbulent region is essentially the same with and without rain; consequently, no pip occurs for these large Reynolds numbers.

Because of the scatter in Figs. 1 and 6, the foregoing explanation is plausible rather than conclusive. The experimental data follow rather consistent trends for a given set of experimental conditions. For example, the black points on Fig. 6 represent two similar runs with almost equal rainfall intensities (1.85 in/hr and 1.87 in/hr for  $L = 168$  ft and  $S = 0.5\%$ ). The relative heights of the two pips are 21% and 15%. These computed values depend on the difference between the peak discharge and equilibrium discharge which is only a few ten-thousandths of a cubic foot per second per foot of

Les données de la figure 1 indiquent que la pluie agit de manière significative sur le coefficient de résistance dans la région transitoire, ceci malgré la dispersion considérable qu'accusent ces points. On constate, par exemple, que lorsque la pluie cesse et que l'écoulement turbulent devient laminaire, la résistance correspondante diminue fortement. Le débit dépasse sa valeur d'équilibre pendant une courte période de temps, parce que la vitesse augmente plus que ne diminue la hauteur d'eau; l'excédent du débit doit évidemment provenir des eaux accumulées. L'hydrogramme des débits accuse une pointe, si une zone d'écoulement turbulent située au voisinage immédiat de la station de mesure du débit devient laminaire. Si cette transition a lieu plus loin à l'amont, le rabattement normal du plan d'eau entraînera une diminution du débit que l'augmentation localisée ne pourra compenser. La pointe peut se produire à un endroit quelconque à l'amont, sans pour autant influencer matériellement sur l'écoulement à l'extrémité aval du canal. La résistance à l'intérieur de la région pleinement turbulente reste essentiellement la même, qu'il y ait pluie, ou qu'il

width compared to an accuracy of measurement of only 0.0001 cfs/ft; better correspondence should not be expected. Thus, even though individual items are insufficiently precise to be convincing, a variety of experimental evidence supports the foregoing explanation of the occurrence of the pips.

### Discussion of procedure and results

The foregoing detailed analysis and the comparisons with experiment reveal both the utility of the computational methods employed and limitations on their applicability. The technique developed makes possible the prediction of runoff for a variety of circumstances. Also, the computations can include effects due to variations of rainfall, slope and roughness, or to additional factors such as wind and infiltration. The justification for further complication of the computational process depends upon both the utility of the additional information and the reliability of the supporting information.

Certain quite elementary simplifications are usually justifiable. One of these is the reduction of the problem to one of quasi-steady, locally-uniform flow for the establishing of a relationship between the resistance coefficient and the Reynolds number. The depths are usually small

n'y en ait pas; par conséquent, il ne se produit aucune pointe pour ces nombres de Reynolds élevés.

Etant donné la dispersion des points dans les figures 1 et 6, l'explication précédente n'est pas probante, mais seulement plausible. Les données expérimentales présentent des tendances assez cohérentes, dans un ensemble donné de conditions expérimentales. Par exemple, les points noirs, dans la figure 6, représentent deux essais semblables, qui ont été effectués avec des intensités de pluie presque égales (1,85 pouce/h, et 1,87 pouce/h, avec  $L = 168$  pieds et  $S = 0,5\%$ ), mais les hauteurs relatives des deux pointes correspondantes sont, respectivement, de 21% et de 15%. Ces valeurs calculées dépendent de la différence entre le débit maximal et le débit d'équilibre, laquelle n'atteint que quelques dix-millièmes de pieds cubes à la seconde par pied de largeur, alors que la précision de mesure ne dépasse guère 0,0001 pied cube à la seconde par pied de largeur; dans ces conditions, il serait illusoire de s'attendre à une meilleure correspondance entre les résultats. Par conséquent, bien que certaines données soient trop imprécises pour être convaincantes, l'explication précédente de l'origine des pointes constatées se trouve néanmoins justifiée par diverses constatations expérimentales.

### Examen du procédé et des résultats

L'analyse détaillée précédente, et les confrontations des résultats avec les données expérimentales, mettent en évidence, à la fois, l'utilité des méthodes de calcul employées, et les limites dans lesquelles elles peuvent être appliquées. La technique ainsi mise au point permet de prévoir le ruissellement susceptible de se produire dans de diverses conditions. Par ailleurs, les calculs peuvent tenir compte de phénomènes provoqués par des variations de la précipitation, de la pente, et de la rugosité de la surface intéressée, ou d'autres facteurs tels que le vent et l'infiltration. On pourrait introduire des complications supplémentaires dans ce procédé de calcul, mais à condition que l'utilité des données complémentaires ainsi obtenues, et la validité des données de base employées, le justifient.

Certaines simplifications tout à fait élémentaires peuvent généralement se justifier. L'une

and approach the values for steady flows quite rapidly. In fact, the equilibrium depth divided by the rate of rainfall yields a time at which the depth is probably between 80% and 95% of the equilibrium depth – often an acceptably close approximation to the time to reach equilibrium.

An estimate of the time required to reach equilibrium also serves the function of providing a time scale. The selection of a value for  $\Delta t$  depends on the accuracy which can be justified and on the length of the period being studied. A value as great as one fifth of the equilibrium time is so long as to distort the calculations; a value smaller than one twenty-fifth would probably increase the total amount of work unjustifiably. Also, if the detailed variation of a part of the hydrograph is to be determined, then  $\Delta t$  must be small enough to meet the special requirement. For example, in the computation of the pip,  $\Delta t$  was 15 sec in comparison to a time of concentration of 16 min. The appropriate value for  $\Delta x$  appears to bear about the same relationship to  $L$  as  $\Delta t$  does to the equilibrium time. The values of  $\Delta x$  used (17, 25, and 33 feet, or about  $L/20$ ), proved to be satisfactory in the computations presented herein.

In some instances, the values of  $\Delta x$  affects indirectly the value of the resistance coefficient used in the step computation. If for  $\sigma = 0$  the Reynolds number of the step is in the transition region (Fig. 1), a large value of  $\Delta x$  could cause a significant change in  $R$ ,  $f$  and consequently in  $h$ . This abrupt change of  $h$  would then propagate along both  $x$  and  $t$ .

Analysis of the results of the experiments with sheet flow conducted by the Los Angeles District indicates that refinement to the degree of relative accuracy usually attainable in controlled tests would require a precision of construction which is impracticably difficult to attain. For depths which are less than a few hundredths of a foot, carefully prepared concrete surfaces are probably less like a smooth slab than they are like a series of depressions and rapids characteristic of a river. The experimenters pointed out the difficulties they encountered, writing for example of "bird baths" which remained after the slabs were drained. Since one infers therefore that regions existed in which the slope was zero or negative, local values for the slope must have varied by as

de celles-ci consiste à ramener le problème à une forme dans laquelle on considère un écoulement quasi permanent et localement uniforme, en vue de définir une relation entre le coefficient de résistance et le nombre de Reynolds. Les hauteurs d'eau sont normalement faibles, et s'approchent assez rapidement des valeurs correspondant aux écoulements permanents. En fait, la division de la hauteur d'eau d'équilibre par le taux de précipitation donne l'instant dans le temps auquel la hauteur d'eau atteindra, en toute probabilité, entre 80% et 95% de la hauteur d'eau d'équilibre, ce qui constitue souvent une valeur suffisamment approchée du temps nécessaire pour atteindre l'équilibre.

L'estimation du temps nécessaire pour atteindre l'équilibre sert également à la définition d'une échelle du temps. Le choix d'une valeur de  $\Delta t$  dépend de la précision qui peut être justifiée, et de la durée de la période considérée. Une valeur élevée, telle que  $1/5$ e du temps d'équilibre par exemple, représente une longueur d'intervalle capable de fausser les calculs; par contre, une valeur inférieure à  $1/25$ e du temps d'équilibre aurait sans doute pour conséquence d'augmenter le volume de l'ensemble du travail d'une manière injustifiable. Par ailleurs, lorsqu'il s'agit de déterminer le détail de la variation intéressant une certaine partie d'un hydrogramme, la valeur de  $\Delta t$  doit alors être suffisamment petite pour pouvoir répondre à cette exigence particulière. Par exemple, la valeur adoptée pour  $\Delta t$  dans le calcul de la pointe de débit était de 15 secondes, alors que le temps de concentration était de 16 minutes. La relation entre la valeur appropriée de  $\Delta x$  et  $L$  paraît être à peu près la même que celle liant  $\Delta t$  au temps d'équilibre. Les valeurs employées pour  $\Delta x$  (17, 25, et 33 pieds, soit environ  $L/20$ ) se sont montrées satisfaisantes dans les calculs présentés ici.

Dans certains cas, les valeurs de  $\Delta x$  influent indirectement sur celles du coefficient de résistance employé dans le calcul par étapes successives. Si, pour  $\sigma = 0$ , le nombre de Reynolds correspondant à l'étape se situe à l'intérieur de la région transitoire (fig. 1), une valeur élevée pour  $\Delta x$  pourrait entraîner une variation significative de  $R$ , de  $f$ , et par conséquent, de  $h$ . Cette brusque variation de la valeur de  $h$  se propagerait alors suivant  $x$  et suivant  $t$ .

L'analyse des résultats des expériences réalisées par le „Los Angeles District" avec des

much as  $\pm 100\%$ . From another point of view, the precision of local elevations required to maintain an accuracy of only  $10\%$  of the depth for a  $\Delta x$  of one foot (a reach which is many times the depth) is  $0.0005$  ft for the flattest slope used ( $0.5\%$ ). Achievement of such a precision in a concrete slab over a distance of  $500$  feet would be exceedingly difficult. The desired accuracy of measurement of the depth was also difficult to achieve. The data for individual piezometers are inconsistent, not on an absolute scale, because the errors are remarkably small, but on a scale relative to the depths and slopes which must be computed or predicted.

The plots of the uniform flow used for determinations of the resistance coefficients are additional evidence of the difficulties encountered in experiments of this kind; and the simulated rainfall made the results even more erratic. Undoubtedly, both the depth and the slope varied considerably from place to place. Fortunately, the averaging of these effects in both time and distance provides results which are acceptably consistent. In spite of the extreme difficulties encountered in the experiments and the evident inconsistencies in some details, the overall results are significant. None of the inevitable flaws prevents the primary and essential results from showing up clearly and consistently. For example, the refinements achieved by the experimenters to show both the existence of pips at the cessation of rainfall and their cause in the transition from laminar to turbulent are remarkable. Furthermore these results were obtained for flows which could also be in transition between sub- and super-critical velocities. If further refinements are required, they should probably be sought through the conduct of controlled laboratory tests on comparatively short sections of precisely plane surfaces. The techniques of construction and measurement would have to be more precise than the usual ones by factors of perhaps ten. The results would undoubtedly provide additional insights into details of such flows, but would probably not increase one's ability to predict runoff from surfaces constructed in the field.

écoulements en nappe indique qu'un „figno-lage” en vue d'atteindre une précision relative de l'ordre de celle couramment obtenue dans les expériences contrôlées, nécessiterait une précision de construction dépassant les possibilités pratiques. A l'échelle des hauteurs d'eau inférieures à quelques centièmes de pied, des surfaces en béton, même soigneusement préparées, ressemblent sans doute moins à une dalle lisse qu'à une série de dépressions et de rapides, caractéristiques d'une rivière par exemple. Les chercheurs qui ont effectué ces essais ont signalé les difficultés qu'ils ont rencontrées, telles que, par exemple, les flaques d'eau restant sur les dalles après le ruissellement. Puisque ce phénomène laisse penser que ces dalles comportaient des zones dans lesquelles la pente était nulle, ou même négative, les valeurs locales de la pente ont dû varier dans des limites atteignant l'ordre de  $\pm 100\%$ . Par ailleurs, pour la pente la plus douce considérée ( $0,5\%$ ), il faudrait que les saillies locales du fond du canal soient réglées à  $0,0005$  pied près pour assurer une précision de la hauteur d'eau de seulement  $10\%$ , pour  $x = 1$  pied (soit un bief présentant une longueur équivalant à plusieurs fois la hauteur d'eau). Il serait extrêmement difficile, avec une dalle de béton, d'atteindre une telle précision sur une longueur dépassant  $500$  pieds. La mesure de la profondeur d'eau avec la précision voulue a également présenté des difficultés. Les données fournis par les piézomètres individuels manquent de consistance, non à l'échelle absolue où les erreurs sont remarquablement faibles, mais à une échelle relative aux hauteurs d'eau et aux pentes devant être calculées ou prédites.

Les graphiques d'écoulement uniforme employés pour les déterminations des coefficients de résistance mettent également en évidence les difficultés rencontrées dans des expériences de ce genre, et les résultats ont été rendus encore plus aléatoires par la pluie simulée. Il est certain que la hauteur d'eau et la pente du canal ont varié considérablement d'un endroit à l'autre, mais il a heureusement été possible, en prenant la moyenne de ces variations, à la fois, dans le temps, et dans l'espace, d'obtenir des résultats suffisamment consistants. Malgré les difficultés exceptionnelles rencontrées dans ces expériences, ainsi que les contradictions manifestes dans certains détails, les résultats globaux obtenus sont néanmoins significatifs. Aucune de ces im-

perfections inévitables n'a pu empêcher que les résultats primaires et essentiels se mettent en évidence de façon nette et consistante. Citons, par exemple, les „fignolages” auxquels les expérimentateurs ont eu recours, en vue, à la fois, de démontrer l'existence des pointes de débit dès l'arrêt de la pluie, et de situer leur cause dans le passage du régime laminaire au régime turbulent. En outre, ces résultats ont été obtenus pour des écoulements pouvant tout aussi bien se situer dans la zone de transition entre les vitesses tranquilles et torrentielles. Tout „fignolage” complémentaire semblerait devoir nécessiter l'exécution d'expériences contrôlées en laboratoire, sur des surfaces planes très précises et de longueur relativement réduite. La précision des techniques de construction et de mesure correspondantes devrait sans doute être de l'ordre de 10 fois celle des techniques courantes. Les résultats ainsi obtenus fourniraient certainement des renseignements complémentaires détaillés sur les écoulements considérés, mais n'apporteraient sans doute rien aux possibilités de prédire le ruissellement sur les surfaces d'ouvrages construits sur le terrain.

### **Conclusions**

Numerical procedures form a basis for predicting the runoff from impervious surfaces which accords satisfactorily with the results of extensive field studies undertaken by the Corps of Engineers around 1950. The equations of continuity and of steady, uniform flow are sufficient if information is also available as to the surface resistance. The proposed equations are simpler than originally expected because a number of otherwise complicating terms are negligible for flow in thin sheets. A program is available in order to make computations on an IBM 1620 computer.

Because the depths are small for the cases studied, otherwise unimportant irregularities affect significantly the accuracy of the experimental results. The available data on resistance scatter considerably even though they do define a useful mean value. The predicted and observed trends for the variations of depth and discharge nevertheless correspond remarkably well. Even the pip, an increase in flow immediately following the cessation of rainfall, is predictable. It

### **Conclusions**

Les procédés numériques constituent une base pour la prédiction du ruissellement sur les surfaces imperméables, laquelle s'accorde bien avec les résultats de l'important ensemble d'études entrepris sur le terrain par le Corps of Engineers aux alentours de l'année 1950. Les équations de continuité et de l'écoulement permanent et uniforme suffisent, mais à condition de disposer également de données sur la résistance superficielle. Les équations proposées sont plus simples qu'on ne l'avait pensé au début, puisqu'un certain nombre de termes qui, normalement, les auraient rendues plus compliquées, peuvent être négligés pour le cas de l'écoulement en nappes minces. On dispose d'un programme permettant d'effectuer les calculs sur une machine I.B.M. 1620.

Etant donné les faibles hauteurs d'eau intervenant dans les cas considérés, des irrégularités, qui seraient normalement peu importantes, affectent de manière significative la précision des résultats expérimentaux. Les données disponibles quant à la résistance accusent une disper-

results from the change to the laminar state of a flow which had formerly been made turbulent by the battering of rain drops. The technique of computation proposed is surely adequate for the design of airfields and highways provided that slopes are not so great as to cause roll waves. Further refinements either of the theory or of the experiments are probably not justifiable on pragmatic grounds. The vagaries of the design storm and of the structure make a more rigorous design impractical.

#### Acknowledgment

This study was conducted under a contractual agreement with the U.S. Army Waterways Experiment Station, Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi.

#### References

1. Data Report, Airfield Drainage Investigation, prepared by the Los Angeles District Corps of Engineers, U.S. Army, October 1955.
2. Review of data report on airfield drainage investigation, by DODSON, KINNEY and LINDBLOM, Consulting Engineers, October 1955.
3. KEULEGAN, G. K., Spatially variable discharge over a sloping plane, *Trans. AGU*, Vol. 25, pp. 956-959, 1944.
4. IZZARD, C. F., The surface profile of overland flow, *Trans. AGU*, Vol. 25, pp. 959-968, 1944.
5. Woo, D. C., and E. F. BRATER, Spatially varied flow from controlled rainfall, *Proc. ASCE*, Vol. 88, No. H.Y. 6, Part 1, pp. 31-56, Nov. 1962.
6. OWEN, W. M., Laminar to turbulent flow in a wide open channel, *Trans. ASCE*, Vol. 119, pp. 1157-1175, 1954.
7. IWAGAKI, Y., On the laws of resistance to turbulent flow in open channels, *Proc. 4th Japan Nat. Cong. Appl. Mech.*, pp. 229-233, 1954.
8. Woo, D. C., and E. F. BRATER, Laminar flow in rough rectangular channels, *Jr. Geophys. Res.*, Vol. 66, No. 12, pp. 4207-4217, Dec. 1961.
9. STRAUB, L. G., E. SILBERMAN and H. C. NELSON, Open channel flow at small Reynolds numbers, *Trans. ASCE*, Vol. 123, pp. 685-714, 1958.
10. YU, Y. S., and J. S. MCNOWN, Runoff from Impervious Surfaces, Report prepared for Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi, February 15, 1963.

sion considérable, mais définissent néanmoins une valeur moyenne utile. Les allures prédites et mesurées des courbes exprimant les variations des hauteurs d'eau et des débits correspondent néanmoins remarquablement bien. Même la pointe représentant une brusque augmentation du débit dès l'arrêt de la pluie, peut être prédite, et provient de la transformation d'un écoulement rendu turbulent auparavant, par le „martèlement” des gouttes de pluie, en un écoulement laminaire. On peut affirmer que la méthode de calcul proposée doit convenir pour les études de pistes d'envol et de routes, mais à condition que les pentes ne soient pas suffisamment raides pour provoquer les ondes dites „roll waves”. Des „fignolages” complémentaires dans les domaines théoriques et expérimentaux ne paraissent guère pouvoir se justifier, sur des bases d'ordre pratique. Etant donné les caractères aléatoires de l'averse expérimentale et de l'ouvrage, un calcul plus rigoureux ne présenterait aucune valeur pratique.

#### Remerciements

La présente étude était une prestation contractuelle des auteurs pour le compte de l'U.S. Army Waterways Experiment Station, Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi.

#### Bibliographie

## Notation

Constant coefficient	$C$	Coefficient de valeur constante
Resistance coefficient	$f$	Coefficient de résistance
Gravitational acceleration, ft/sec <sup>2</sup>	$g$	Accélération due à la gravité, en pieds/sec <sup>2</sup>
Local water depth, ft	$h$	Hauteur d'eau locale, en pieds
Total length of surface subjected to rainfall, ft	$L$	Longueur totale de la surface soumise à la pluie, en pieds
Exponent	$n$	Exposant
Local discharge per foot of width, cfs/ft	$q$	Débit local par pied de largeur, en pieds <sup>3</sup> /sec par pied
Equilibrium discharge	$q_e$	Débit d'équilibre
Maximum increase in discharge after cessation of rainfall	$\Delta q$	Augmentation maximale du débit dès l'arrêt de la pluie
Slope of surface	$S$	Pente de la surface
Time, sec	$t$	Temps, en secondes
Velocity in $x$ -direction, average over section, ft/sec	$u$	Vitesse suivant la direction $x$ , valeur moyenne dans la section, en pieds/sec
Distance measured in direction of flow, ft	$x$	Distance mesurée dans le sens de l'écoulement, en pieds
Local Reynolds number defined as $uh/\nu$	$R$	Nombre de Reynolds local, défini par $uh/\nu$
Kinematic viscosity of water, ft <sup>2</sup> /sec	$\nu$	Viscosité cinématique de l'eau, en pieds <sup>2</sup> /sec
Mass density of water, slug/ft <sup>3</sup>	$\rho$	Masse volumique de l'eau, slugs(*)/pied <sup>3</sup>
Rainfall intensity, ft/sec or in/hr	$\sigma$	Intensité de pluie, en pieds/sec ou en pouces/h
Boundary shear stress, lb/ft <sup>2</sup>	$\tau$	Contrainte de cisaillement à la limite, en livres/pied <sup>2</sup>
	(*)	Unité technique de masse, égale, en livres, au nombre de pieds/sec <sup>2</sup> d'accélération d'un corps en chute libre à un endroit donné. Par ex., 1 slug = 32,2 livres, si $g = 32,2$ pieds/sec <sup>2</sup> au lieu considéré.